Números Inteiros e Criptografia, 2020.1

Lista de Exercícios 1

Submeta as soluções das questões marcadas com *****
até 11 de dezembro às 18:00 salvando um arquivo na sua pasta no Google Drive*

Questão 1. Modele as afirmações em português a seguir usando os símbolos lógicos vistos em aula. Observe os exemplos.

Exemplo. "Se fizer sol e eu não tiver que estudar, eu vou tomar sol na janela".

Usando S: "fizer sol", E: "eu tiver que estudar", J: "vou tomar sol na janela", podemos modelar a afirmação da seguinte forma:

$$(S \wedge \neg E) \rightarrow J.$$

Exemplo. "Nem todo brasileiro gosta de samba e futebol, e os que gostam de futebol nem sempre são flamenguistas"

Assumindo que os valores possíveis para a variável x são todas as pessoas, e usando $B(x)$: "x é brasileiro", $S(x)$: "x gosta de samba", $F(x)$: "x gosta de futebol" e $M(x)$: "x é flamenguista", podemos modelar a afirmação da seguinte forma:

$$\exists x[B(x) \wedge (\neg S(x) \vee \neg F(x))] \quad \wedge \quad \exists x[B(x) \wedge F(x) \wedge \neg M(x)].$$

*** a.** Sempre que um número inteiro é par e maior que 2, ele é a soma de dois primos.

*** b.** Todo dia eu como manga ou tomo leite, mas nunca ambos no mesmo dia.

Questão 2. Usando tabelas de verdade, mostre que as seguintes fórmulas são sempre verdadeiras:

a. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

b. $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$

*** c.** $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \longleftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$

d. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

e. $[\neg(p \wedge q)] \longleftrightarrow [(\neg p) \vee (\neg q)]$

*** f.** $[\neg(p \vee q)] \longleftrightarrow [(\neg p) \wedge (\neg q)]$

*Link recebido por email em 4/12/2020. A pasta tem um nome similar a `<seu nome> - Cripto 2020.1 - Submissões e Feedback`; em caso de qualquer dúvida entre em contato com o professor.

g. $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

Questão 3. Usando apenas os conectivos e os quantificadores vistos em sala ("para todo" e "existe pelo menos um"), escreva fórmulas que expressem os seguintes outros "quantificadores". Observe o exemplo.

Exemplo. "Existe um único x tal que $\varphi(x)$".

$$\exists x(\varphi(x)) \ \wedge \ \forall y \forall z[(\varphi(y) \wedge \varphi(z)) \rightarrow y = z].$$

* **a.** Existem pelo menos dois x tais que $\varphi(x)$.

* **b.** Existem no máximo dois x tais que $\varphi(x)$.

* **c.** Existem exatamente dois x tais que $\varphi(x)$.

Questão 4. Escreva as negações das seguintes afirmações em português, sem usar expressões similares a "não existe …" ou "não é o caso que para todo …":

a. Existe um número inteiro que é primo ou igual a 15.

* **b.** Todo número real é o resultado da divisão de dois inteiros.

c. Para qualquer número real não-nulo x existe um número real y tal que o produto de x e y é igual a 1.

Questão 5. Suponha que os possíveis valores para as variáveis x e y sejam todas os carros. Considerando que $R(x, y)$ significa "x é pelo menos tão rápido quanto y", $C(x, y)$ significa "x é pelo menos tão caro quanto y" e $V(x, y)$ significa "x é pelo menos tão velho quanto y", traduza as fórmulas abaixo para o português (tente formular suas frases da forma mais natural possível):

* **a.** $\forall x \exists y[V(y, x) \wedge C(y, x) \wedge R(x, y)]$

b. $\exists x \forall y(V(y, x))$

* **c.** $\neg[\forall x \forall y(R(x, y) \longleftrightarrow C(x, y))]$

***Questão 6.** Seja x um número complexo. Dizemos que x é *estrogonófico* se ele é intenso e para todo número natural n existe algum número real y tal que y^2 engloba x pela esquerda ou $y + n$ engloba $\sqrt{x}$ pela direita. Dê a caracterização exata dos números complexos não-estrogonóficos.