



## Lógica & Computabilidade 2024-2

Prova 2 (segunda chamada)

13 de dezembro de 2024

Você pode usar tudo que foi feito em sala ou listas de exercícios; apenas cite claramente quando o fizer. Você também pode usar uma questão da prova na solução de outra, desde que não crie dependências circulares.

**Justifique todas as suas respostas!**

**Questão 1** (2,5 pontos). Defina uma assinatura e dê uma sentença  $\varphi$  dessa assinatura tais que:

- qualquer modelo de  $\varphi$  tem domínio infinito, ou finito de tamanho ímpar; e
- qualquer conjunto infinito, ou finito de tamanho ímpar, é domínio de algum modelo de  $\varphi$ .

**Questão 2.**

**Definição 1.** Sejam  $\mathcal{A}$  uma assinatura e  $\mathcal{S}$  uma estrutura para  $\mathcal{A}$ .

Seja  $\mathcal{A}_{\mathcal{S}}$  a assinatura  $\mathcal{A}$  com adição de uma nova constante  $c_d$  para cada  $d \in D(\mathcal{S})$ , e seja  $\mathcal{S}^+$  a estrutura que tem mesmo domínio que  $\mathcal{S}$ , que concorda com  $\mathcal{S}$  nos itens da assinatura  $\mathcal{A}$ , e tal que cada nova constante  $c_d$  é interpretada como  $d$ .

Dizemos que um conjunto  $X \subseteq D(\mathcal{S})$  é *definível com parâmetros em  $\mathcal{S}$*  se  $X$  é definível em  $\mathcal{S}^+$ .

**a** (2,5 pontos). Explique a diferença entre um conjunto ser definível em  $\mathcal{S}$  e ele ser definível com parâmetros em  $\mathcal{S}$ .

**b** (2,5 pontos). Considere a assinatura com apenas um símbolo relacional binário e seja  $\mathcal{R}$  a estrutura com domínio  $\mathbb{R}$  e que interpreta o símbolo relacional binário como a relação  $<$  usual.

Mostre que se  $X \subseteq \mathbb{R}$  é a união de uma quantidade finita de intervalos abertos, então  $X$  é definível com parâmetros em  $\mathcal{R}$ .

**Questão 3.** Determine se as linguagens abaixo são

- decidíveis,

- recursivamente enumeráveis, mas não decidíveis, ou
- não recursivamente enumeráveis

e prove sua resposta.

**a** (2,5 pontos).  $L = \{c \in \Sigma^* \mid c \text{ codifica MT } M, \text{ entrada } w \text{ e estado } q \text{ de } M, \text{ e quando } M \text{ é executada com entrada } w, \text{ em algum momento } M \text{ fica no estado } q\}$

**b** (2,5 pontos).  $L = \{c \in \Sigma^* \mid c \text{ codifica MT } M \text{ e estado } q \text{ de } M, \text{ e existe alguma entrada } w \text{ tal que quando } M \text{ é executada com entrada } w, \text{ em algum momento } M \text{ fica no estado } q\}$